La codifica dell'informazione

(continua)

Codifica dei numeri

- Il codice ASCII consente di codificare le cifre decimali da “0” a “9” fornendo in questo modo un metodo per la rappresentazione dei numeri
- Il numero 324 potrebbe essere rappresentato dalla sequenza di byte: <u>00110011</u> <u>00110010</u> <u>00110100</u>

  3 2 4
- Questa rappresentazione non è efficiente e, soprattutto, non è adatta per eseguire le operazioni aritmetiche sui numeri

Codifica dei numeri

- Sono stati pertanto studiati codici alternativi per
  - rappresentare i numeri in modo efficiente
  - eseguire le usuali operazioni

Codifica dei numeri: il sistema decimale

- Sistema **posizionale** in cui ogni cifra di un numero assume un valore che dipende dalla sua posizione

365 = **3** x 100 + **6** x 10 + **5** x 1
365 = **3** x 10^2 + **6** x 10^1 + **5** x 10^0

Si deve fare la somma dei prodotti di ciascuna cifra moltiplicata per la base elevata all'esponente che rappresenta la posizione della cifra stessa (partendo da 0)

Codifica dei numeri

- La notazione posizionale può essere usata con qualunque **base** creando così sistemi di numerazione diversi
- Per ogni sistema di numerazione si usa un numero di cifre uguale alla base
- *Esempi*
  1. *Nella base 10 si usano le cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*
  2. *In base 5 si usano le cifre 0, 1, 2, 3, 4*
  3. *In base 3 si usano le cifre 0, 1, 2*

Codifica dei numeri

*In informatica si usano prevalentemente le numerazioni binaria (base **2**), ottale (base **8**) ed esadecimale (base **16**)*

Sistema binario

- Utilizza una notazione posizionale basata su 2 cifre (0 e 1) e sulle potenze di **2**
- *Esempio: 10011 =*

  $\boldsymbol{1} \times 2^4 + \boldsymbol{0} \times 2^3 + \boldsymbol{0} \times 2^2 + \boldsymbol{1} \times 2^1 + \boldsymbol{1} \times 2^0 \;\; \boldsymbol{= 1\,9}$

- *Esempio: 20011 = ????*

Sistema ottale

- Utilizza una notazione posizionale basata su 8 cifre (0,1, …, 7) e sulle potenze di **8**
- *Esempio: 10011 =*

  $\boldsymbol{1} \times 8^4 + \boldsymbol{0} \times 8^3 + \boldsymbol{0} \times 8^2 + \boldsymbol{1} \times 8^1 + \boldsymbol{1} \times 8^0 \;\; \boldsymbol{= 4105}$

- *Esempio: 3057 =*

  $\boldsymbol{3} \times 8^3 + \boldsymbol{0} \times 8^2 + \boldsymbol{5} \times 8^1 + 7 \times 8^0 \;\; \boldsymbol{= 1583}$

Sistema esadecimale

- Utilizza una notazione posizionale basata su 16 cifre (0,1,2,…,9,A,B,C,D,E,F) e sulle potenze di **16**
- *Esempio: 10011 =*

  $\boldsymbol{1} \times 16^4 + \boldsymbol{0} \times 16^3 + \boldsymbol{0} \times 16^2 + \boldsymbol{1} \times 16^1 + \boldsymbol{1} \times 16^0 \;\; \boldsymbol{= 65553}$

- *Esempio: AAC3 =*

  $\boldsymbol{10} \times 16^3 + \boldsymbol{10} \times 16^2 + \boldsymbol{12} \times 16^1 + \boldsymbol{3} \times 16^0 = \boldsymbol{43715}$

Sistemi di numerazione

- Per evitare ambiguità si può scrivere esplicitamente la base di un numero
- Avremo

$$10011_2 < 10011_8 < 10011_{10} < 10011_{16}$$

Conversione da base 10 a base 2

- Per convertire un numero M in base 2 si devono trovare i resti delle divisioni per due di M e dei quozienti successivi
- *Esempio:* 210_{10}

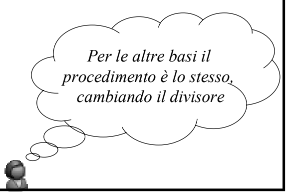
210	*2*	*resto 0*
105	*2*	*resto 1*
52	*2*	*resto 0*
26	*2*	*resto 0*
13	*2*	*resto 1*
6	*2*	*resto 0*
3	*2*	*resto 1*
1	*2*	*resto 1*
0		

Conversione da base 10 a base 2

- Leggendo la sequenza dal basso verso l'alto si ottiene il numero

$$11010010_2$$

- Per una corretta verifica basta riconvertire il risultato alla base 10



Conversione da base 10 a base 8

- Per convertire un numero in base 8 si devono trovare i resti delle divisioni successive del numero per la base 8

- *Esempio: 741_{10}*

741	*8*	*resto 5*
92	*8*	*resto 4*
11	*8*	*resto 3*
1	*8*	*resto 1*
0		

$= 1345_8$

Conversione da base 10 a base 16

- Per convertire un numero in base 16 si devono trovare i resti delle divisioni successive del numero per la base 16

- *Esempio: 41660_{10}*

41660	*16*	*resto 12 = C*
2603	*16*	*resto 11 = B*
162	*16*	*resto = 2*
10	*16*	*resto 10 = A*
0		

$= A2BC_{16}$

Conversione da base 2 a base 8 e base 16

- È semplice!

- Da base **2** a base **8**: basta prendere i bit a **gruppi di 3** e trovare il numero ottale corrispondente (che sarà compreso tra 0 e 7)

- Da base **2** a base **16**: basta prendere i bit a **gruppi di 4** e trovare il numero esadecimale corrispondente, (che sarà compreso tra 0 e F)

Rappresentazione dei numeri

- I numeri vengono distinti in tre categorie
  - Interi positivi
  - Interi con segno (positivi e negativi)
  - Reali (positivi e negativi con virgola)
- Ogni categoria viene rappresentata in modo diverso

NB**: indipendentemente dalla rappresentazione scelta, essa sarà di tipo finito e consentirà di rappresentare solo un **sottoinsieme finito di numeri!

Codici a lunghezza fissa

- Se si usa un numero **prestabilito** di cifre si ha un codice a **lunghezza fissa**
- In questo modo si pone anche un **limite** al numero massimo rappresentabile
- *Esempio: qual è il numero più grande rappresentabile con 4 cifre?*

in base 10	*9999*	
in base 2	*1111*	*(=* 15_{10}*)*
in base 16	*FFFF*	*(=* 65535_{10}*)*
in base 8	*7777*	*(=* 4095_{10}*)*

Codici a lunghezza fissa

- Numeri maggiori di quello **massimo** rappresentabile causano problemi di **overflow**
  (ovvero per essere rappresentati richiedono più cifre di quelle a disposizione)
- *Esempio: 4 cifre*

in base 10	$9999 + 1 = 10000_{10}$
in base 2	$1111 + 1 = 10000_{2}$ $(= 16_{10})$
In base 16	$FFFF + 1 = 10000_{16}$ $(= 65536_{10})$
in base 8	$7777 + 1 = 10000_{8}$ $(= 4096_{10})$

Numeri interi positivi

- In generale, con **N** cifre a disposizione e base **b** il più grande numero (intero positivo) rappresentabile si può esprimere come

$$b^N - 1$$

- *Esempio: N=4*

in base 10	*9999*	$= 10^4 - 1$
in base 2	*1111*	$= 2^4 - 1$
in base 16	*FFFF*	$= 16^4 - 1$
in base 8	*7777*	$= 8^4 - 1$

Operazioni

- Vediamo solo il caso della addizione nella codifica binaria
  - ✓ si mettono in colonna i numeri da sommare
  - ✓ si calcola il riporto ogni volta che la somma parziale supera il valore 1

0 + 0 = 0	con riporto 0
0 + 1 = 1	con riporto 0
1 + 0 = 1	con riporto 0
1 + 1 = 0	con riporto 1

Codici a lunghezza variabile

- Possiamo rappresentare i numeri usando **un numero variabile di cifre** (che dipende dal valore che si vuole rappresentare) introducendo un **simbolo speciale** che indica dove termina la rappresentazione di un numero e inizia quella del numero successivo

- *Esempio*

1001#11#1 *codice a lungh. variabile, # separatore*
100100110001 *codice a lungh. fissa, 4 bit per pixel*

Codici a espansione

- Permettono di definire dei codici a **lunghezza variabile** senza far uso del carattere di separazione

  ✓ Si stabiliscono dei formati di rappresentazione che fanno uso di un numero diverso di cifre

  ✓ Si definiscono delle regole per distinguere tra i vari formati

Codici a formati multipli predefiniti

✓ *4 formati di rappresentazione a 4, 7, 10, 16 bit*
✓ *identificati da 00, 01, 10, 11*

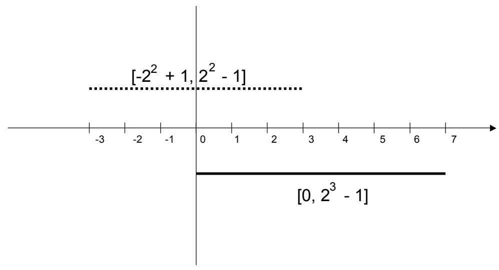
0	**00**00	36	**10**00000000
1	**00**01	37	**10**00000001
2	**00**10	38	**10**00000010
3	**00**11	39	**10**00000011
4	**01**00000	…	
5	**01**00001	291	**10**11111111
6	**01**00010	292	**11**00000000000000
7	**01**00011	293	**11**00000000000001
8	**01**00100	294	**11**00000000000010
…		…	
…		16674	**11**01111111111111
35	**01**11111	16675	**11**11111111111111

Codici a espansione con cifra di espansione

✓ *4 formati di rappresentazione a 4, 7, 10, 16 bit*
✓ *identificati da 0, 10, 110, 111*

0	**0**000	40	**110**0000000
1	**0**001	41	**110**0000001
2	**0**010	42	**110**0000010
3	**0**011	…	
…		167	**110**1111111
7	**0**111	168	**111**0000000000000
8	**10**00000	169	**111**0000000000001
9	**10**00001	170	**111**0000000000010
10	**10**00010	…	
11	**10**00011		
…		8358	**111**0111111111111
39	**10**11111	8359	**111**1111111111111

Numeri interi con segno



N=3, codice a lungh. fissa

Numeri interi con segno

- Si può pensare di usare un bit per il **segn**o
  - ✓ "0" identifica "+"
  - ✓ "1" identifica "-"
- Gli altri bit vengono usati per codificare il **valore assoluto** (**modulo**) del numero

Numeri interi con segno

- Problemi
  - ✓ Il numero 0 ha due rappresentazioni
    (-0 = 100…0 e +0 = 000…0)
  - ✓ Per l'operazione di somma si deve tener conto dei segni degli addendi
- Sono state pertanto introdotte altre tecniche di codifica
  - ✓ Complemento a 1
  - ✓ Complemento a 2

Complemento a 1

- La cifra più a sinistra indica il segno
- Per i **numeri positivi** (cifra più a sinistra “0”) si codifica il valore assoluto del numero
- Per i **numeri negativi** (cifra più a sinistra “1”) si devono **negare** tutte le cifre (dove c’è “1” mettere “0”, dove c’è “0” mettere “1”)
- *Esempi*
  - ✓ *N=8, +24 = **0**0011000, -24 = **1**1100111*
  - ✓ *Per trasfomare **1**0011111 si devono complementare i suoi bit e trovare il valore corrispondente a 1100000, ovvero 96. Il numero cercato è -96*

*NB: ci vuole un codice a **lunghezza fissa**, altrimeni il complemento a 1 non funziona!*

Complemento a 1

- L’operazione di somma funziona nel caso di **addendi positivi** e **addendi con segno opposto con risultato negativo**
- Negli altri casi (somma tra numeri negativi oppure somma tra addendi discordanti e con risultato positivo) il risultato è decrementato di 1
- Per risolvere questo problema è stata introdotta una nuova codifica: **complemento a 2**
- Verrà spiegata nel corso di Architetture degli Elaboratori insieme ad altre codifiche

La rappresentazione dell’informazione

indipendentemente dall’informazione di partenza si ottiene sempre una sequenza di bit