

Istogramma dei livelli di grigio

Uno degli strumenti più semplici e più utili nell'elaborazione delle immagini l'istogramma dei livelli di grigio contenuti in una immagine.

L'istogramma di una immagine contiene una grande quantità di informazione ma non è possibile determinare una immagine dal suo istogramma.

Il calcolo dell'istogramma è molto semplice ed è quindi anche molto utilizzato per ottenere miglioramento del contrasto e quindi della visualizzazione dell'immagine. Le operazioni sugli istogrammi possono precedere ad elaborazioni più complesse ed evolute.

Definizione:

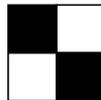
L'istogramma è la rappresentazione grafica della quantità di pixel presenti nell'immagine per ciascun livello di grigio.

L'asse orizzontale X rappresenta i valori dei grigi.

L'asse verticale Y rappresenta il numero di pixel per ogni livello.

L'istogramma fornisce una raffigurazione sintetica delle caratteristiche di luminosità dell'immagine, trascurando però ogni informazione relativa alla posizione dei singoli pixel.

Così, ad esempio più immagini possono essere caratterizzate dallo stesso istogramma.



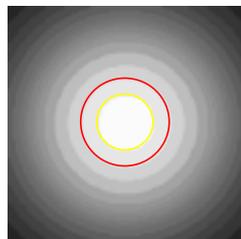
Diamo alcune definizioni che possono servire per la descrizione delle proprietà dell'istogramma:

Indichiamo con x un generico valore del livello di grigio. Se l'immagine è a 8 bit (1 byte), avremo

$$x=0, \dots, 255$$

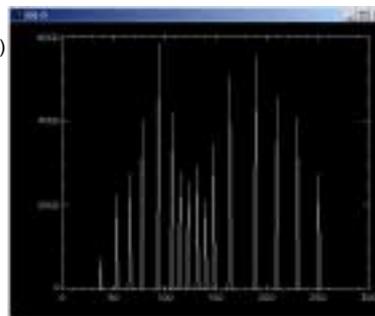
Indichiamo con $A(x)$ il numero di pixels che ha il livello $\geq x$

Può venire utile interpretare questo numero come un'area, e per questo l'abbiamo indicata con la lettera A.



$$H(x) = A(x) - A(x+1)$$

$H(x)$



x

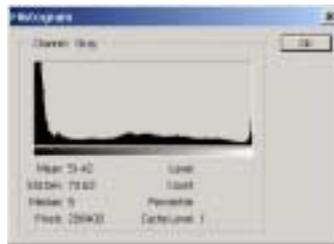
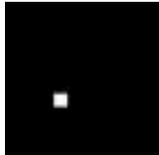
Come conseguenza di questa definizione si ricava che:

$$\sum_{x=0}^{255} H(x) = \text{numero di pixel d'immagine (area dell'immagine)}$$

Il risultato che abbiamo ricavato può essere considerato banale, ma è molto utile per calcolare l'area di oggetti rappresentati da un valore di grigio uniforme sovrapposti ad uno sfondo anch'esso uniforme.

Supponiamo di avere un oggetto chiaro su fondo scuro, e che i livelli di grigio dei pixel che compongono l'oggetto siano superiori ad un certo valore di soglia t (t = threshold) allora:

$$\sum_{x=t}^{255} H(x) = \text{numero di pixel d'oggetto (area dell'oggetto)}$$

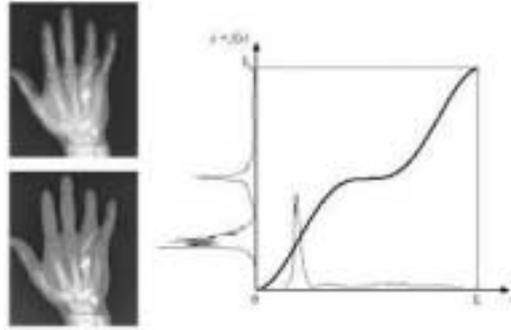


Operatori puntuali

Con il termine operatori puntuali si indica una serie di algoritmi, che se applicati all'immagine la modificano, sostituendo in essa ciascun livello di grigio $x \in [0, L]$ con un altro $y \in [0, L]$, secondo una funzione di trasformazione

$$y=f(x)$$

La definizione di operatori puntuali deriva dal fatto che il livello di luminosità di ogni pixel nell'immagine dipende solo dal valore del pixel originario, e non da quelli del suo intorno

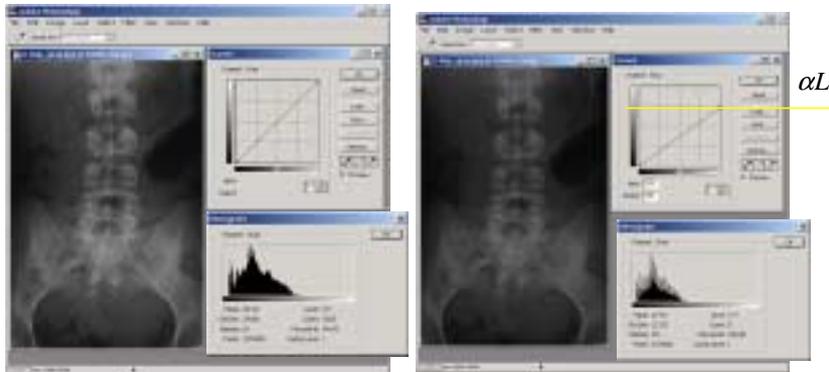


Variazione della luminosità

Applicando una trasformazione che comprima l'istogramma verso la parte inferiore (elementi più scuri) o verso la parte superiore (elementi più chiari), si ottiene la variazione della luminosità complessiva dell'immagine.

Tale operazione di compressione può essere realizzata facilmente tramite funzioni di trasformazione lineari. Siano rispettivamente x ed y i livelli di grigio dell'immagine originale e di quella elaborata si potrà ottenere uno scurimento dell'immagine tramite la trasformazione:

$$y = \alpha x \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

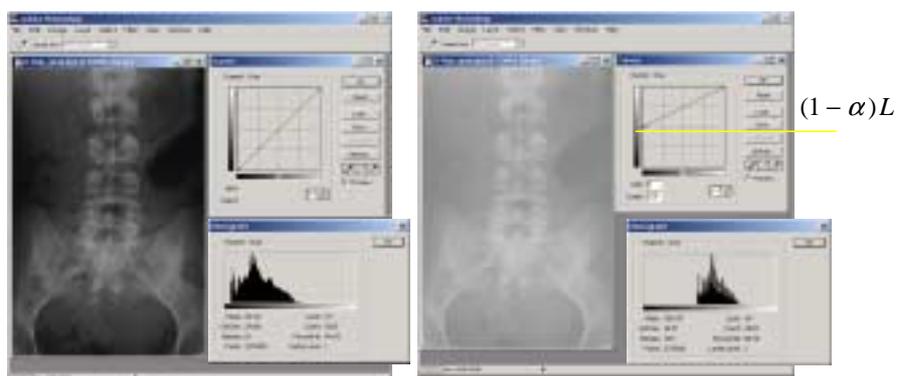


L'operazione appena effettuata riduce la dinamica dell'immagine: prima della trasformazione i grigi variavano nell'intervallo $[0, L]$, dopo la trasformazione variano tra $[0, \alpha L]$. L'istogramma è stato compresso verso il basso.

Per aumentare la luminosità si opera, invece, la seguente trasformazione:

$$y = \alpha x - L(1 - \alpha) \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

che comprime l'istogramma verso valori di grigio più chiari. Infatti in tal caso da un range di variazione $[0, L]$ dei livelli originali, si ottiene un range di variazione limitato a $[(1-\alpha)L, L]$.



Variazione del contrasto

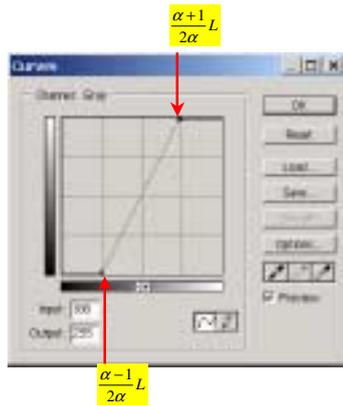
Immagini a basso contrasto possono derivare da condizioni di bassa o non uniforme illuminazione, oppure da non linearità o da limitato range dinamico del trasduttore.

Si può ovviare a questo tipo di difetto applicando un'operazione che espanda l'istogramma verso gli estremi, aumentando così la dinamica dei livelli di grigio e rendendo l'immagine più contrastata. Ovviamente per diminuire il contrasto di un'immagine si dovrà comprimere l'istogramma verso il centro.



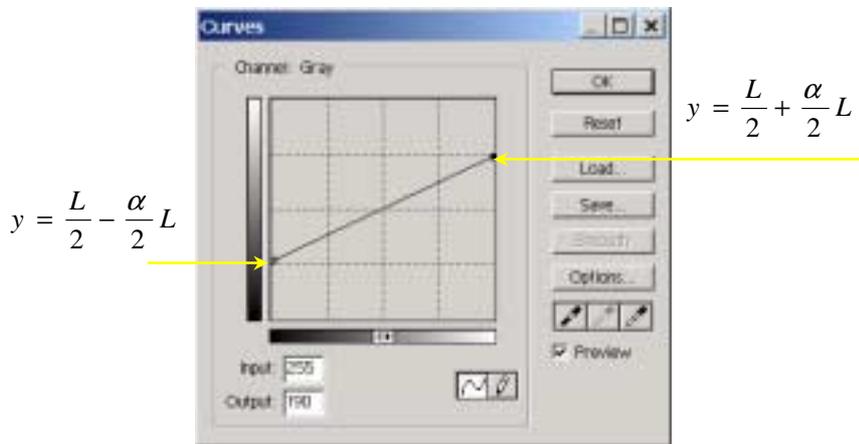
Per l'aumento del contrasto si ha la seguente trasformazione:

$$y = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{\alpha - 1}{2\alpha} L \\ \alpha x - \frac{\alpha - 1}{2\alpha} L & \frac{\alpha - 1}{2\alpha} L \leq x \leq \frac{\alpha + 1}{2\alpha} L \\ L & \frac{\alpha + 1}{2\alpha} L < x \leq \frac{\alpha - 1}{2\alpha} L \end{cases} \quad 1 \leq \alpha < \infty$$



Mentre per la diminuzione si usa la seguente trasformazione:

$$y = \alpha x + \frac{1 - \alpha}{2} L \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$



Espansione dell'istogramma (histogram stretching)

Nel caso in cui l'istogramma di un'immagine sia limitato, non coprendo interamente tutta la gamma dinamica dei livelli di grigio, è possibile espanderlo in modo da occupare l'intero intervallo.

Questa operazione comporta ovviamente un aumento del contrasto, e viene applicata per ottenere un'immagine con la massima dinamica di grigi.

Tale operazione è realizzata tramite la trasformazione:

$$y = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < x_{\min} \\ \left(\frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right) \frac{L}{L} & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ L & x_{\max} < x \leq L \end{cases}$$



Elaborazioni puntuali non lineari

Le operazioni viste fino ad ora si basavano su trasformazioni dei livelli di grigio di tipo lineare o lineare a tratti. Esistono altre trasformazioni di tipo puntuale che si basano su trasformazioni non lineari.

Sono correzioni di questo tipo: la correzione di gamma e l'equalizzazione dell'istogramma

Correzione gamma (gamma correction)

La trasformazione tra i livelli di grigio è la seguente:

$$y = L \left(\frac{x}{L} \right)^{1/\gamma}$$

Questa funzione definisce una famiglia di trasformazioni che agiscono in modo nettamente differente in funzione del valore di gamma e, in particolare se gamma assume valori minori o maggiori di 1.

Al variare del valore di γ si ottiene una famiglia di curve passanti per i punti (0,0) ed (L,L), e che lasciano inalterati nella trasformazione gli estremi dell'istogramma, mentre comprimono i valori centrali di grigio verso valori più chiari o più scuri a seconda che gamma sia maggiore o minore di uno



Equalizzazione dell'istogramma

L'operazione di equalizzazione ha lo scopo di ottenere per l'istogramma un andamento praticamente costante. Per fare ciò si sostituisce al valore x di livello di grigio un valore y dato dalla seguente trasformazione:

$$y = \frac{L}{T} \sum_{i=0}^x N_i$$

dove

T è il numero complessivo dei pixel dell'immagine, L è il valore massimo dei livelli di grigi

N_i è il numero di pixel che hanno un livello di grigio uguale a i , ovvero $H(i)$

La funzione di trasformazione è detta, in questo caso, la funzione **cumulativa dell'istogramma**

