

# DATA FITTING

---



# Data fitting

---

Supponiamo di avere due serie di misure di altrettante grandezze e vogliamo trovare la legge che le lega.

Se pensiamo che la legge che lega le due grandezze sia lineare, attraverso il coefficiente di correlazione siamo in grado di valutare quanto bene una retta lega le due grandezze, ma non possiamo ricavare i parametri della retta.

# Metodo dei minimi quadrati

---

Consideriamo  $N$  coppie di misure  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$  di due grandezze  $x$  ed  $y$  fra le quali sappiamo, o supponiamo, che esista una relazione lineare.

Supponiamo altresì per semplicità, che l'errore di misura su una delle variabili (per esempio la  $x$ , per fissare le idee) sia trascurabile rispetto a quello dell'altra.

La relazione lineare tra le due grandezze sia

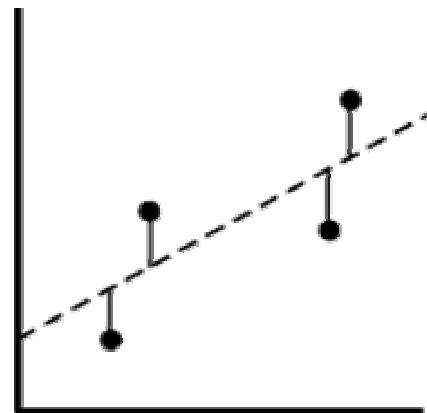
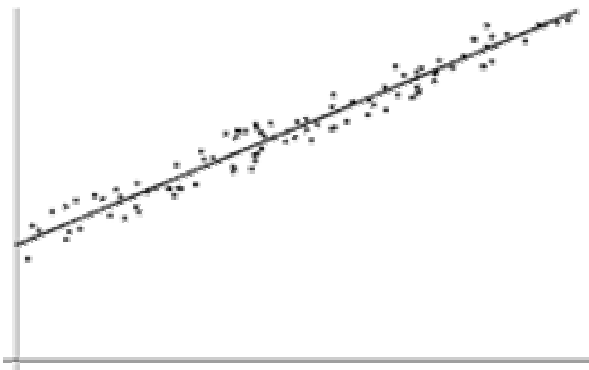
$$y = ax + b$$

Vogliamo determinare  $a$  e  $b$  che corrispondono ai dati sperimentali.

# Metodo dei minimi quadrati

Per trovare questi parametri dobbiamo cercare un "criterio" che ci permetta di definire la "miglior retta" che interpola i dati.

Si definisce "miglior retta" nel senso dei minimi quadrati quella che minimizza la somma dei quadrati degli scarti (distanze) dei dati dalla retta.



# Metodo dei minimi quadrati

Definiamo le seguenti quantità:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}$$
$$S_x = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} \quad S_y = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} \quad S_0 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}$$

dove  $N$  è il numero dei dati e  $\sigma_i$  è l'errore sul dato  $y_i$ .

# Metodo dei minimi quadrati

Si trova che la retta nel senso dei minimi quadrati è quella con i seguenti valori dei parametri:

$$a = \frac{S_{xy}S_0 - S_xS_y}{S_{xx}S_0 - S_x^2}$$
$$b = \frac{S_yS_{xx} - S_xS_{xy}}{S_{xx}S_0 - S_x^2}$$

# Metodo dei minimi quadrati

Nel caso che l'errore sia per uguale per tutte le misure le formule si semplificano e diventano:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$
$$b = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{N \left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$



# Metodo dei minimi quadrati

---

Vediamo ora come possiamo trovare questi coefficienti utilizzando il foglio di calcolo.

- Importare i dati
- Calcolare tutte le somme riportate nelle formule utilizzando le seguenti funzioni
  - ✓ somma
  - ✓ somma dei quadrati
  - ✓ somma del prodotto di due colonne